# MECANIQUE

## Sommaire

## SUJET

LE GRAND SAUT : UNE CHUTE LIBRE ?---------------------------------------- 2
LE LANCER DU POIDS AUX CHAMPIONNATS DU MONDE 2003 ------------------ 3
LE TREBUCHET.---------------------------------------------------------- 6

**SUJETS**

## LE GRAND SAUT : UNE CHUTE LIBRE ?

L'une des disciplines rattachées au parachutisme sportif est appelée « chute libre » par ses adeptes. Correspond-elle à la définition physique de la chute libre ? Pour le savoir, nous nous intéressons au cas où un sportif saute, par vent nul, d'un avion à 3 000 m d'altitude, et n 'ouvre son parachute que 2 000 m plus bas, au terme d'une chute dite « libre ».

*L'étude sera faite dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen. On donne la valeur de l'accélération de la pesanteur dans la portion d'espace où se déroule le saut : $g = 9,80$ m.s $^{-2}$.*

*Les parties 1,2 et 3 sont indépendantes.*

**1. Recherche de la trajectoire d'une chute libre avec vitesse initiale.**

Alors que l'avion vole en palier horizontal à l'altitude $h_0 = 3,0 \times 10^3$ m, à la vitesse $v_0 = 130$ km.h$^{-1}$, le sauteur quitte l'avion, en un point A, à un instant t pris comme origine des dates.

On négligera à cet instant la vitesse du sauteur par rapport à l'avion devant la vitesse de l'avion par rapport au sol.

Nous supposerons dans cette partie que la chute est libre au sens des physiciens et nous assimilerons le sauteur à un point matériel.

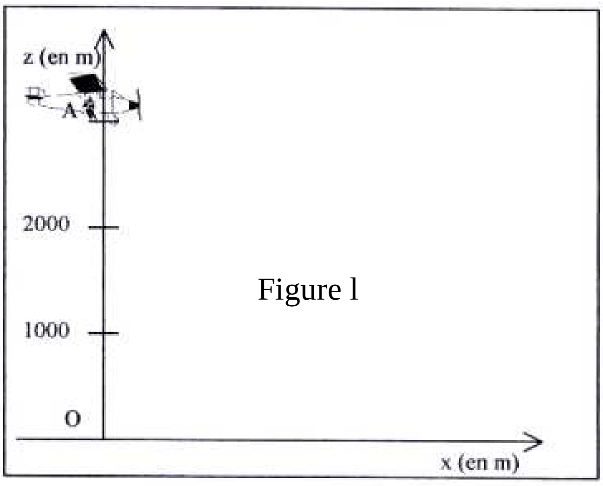


Figure l

Le mouvement ultérieur du sauteur est repéré par rapport à deux axes, comme l'indique la figure 1:
- O origine du repère est placée au niveau du sol ;
- Ox est horizontal ;
- Oz est vertical vers le haut ;
- le point A est sur l'axe Oz, de sorte que ses oordonnées sont : $x_A = 0$ ; $z_A = h_0$.

**1.1.1.** Au sens des physiciens, quand dit-on qu'une chute est libre ?
**1.1.2.** Appliquer la deuxième loi de Newton et en déduire les coordonnées (ou projections) $a_x$ et $a_z$ du vecteur accélération du sauteur dans ce cas.
**1.2.** Exprimer, dans le repère défini, les coordonnées (ou projections) $v_{0x}$, et $V_{0Z}$ du vecteur vitesse initiale du sauteur.
**1.3.1.** Déduire des résultats précédents les équations horaires x(t) et z(t) du mouvement du sauteur.
**1.3.2.** Quelle est l'équation de la trajectoire z = f(x) du sauteur ? Comment nomme-t-on une telle portion de courbe ?
**1.3.3.** Au bout de quelle durée le sauteur atteindra-t-il l'altitude $h_1 = 1,0 \times 10^3$ m ?

**2. La chute est-elle réellement libre** ?

**2.1.1.** Si la chute est libre justifier, sans calcul, que l'énergie mécanique du sauteur se conserve entre l'altitude $h_0$ et l'altitude $h_1$.
**2.1.2.** En déduire la valeur $v_1$ de la vitesse atteinte dans ce cas par le sauteur à l'altitude $h_1$ $1,0 \times 10^3$ m.
**2.2.** En réalité, après une phase d'accélération, la vitesse du sauteur se stabilise à la valeur $v'_1 = 55$ m.s$^{-1}$. Comment expliquez-vous cet écart ? La chute est-elle réellement libre

# LE LANCER DU POIDS AUX CHAMPIONNATS DU MONDE 2003

Lors des derniers championnats du monde d'athlétisme qui eurent lieu à Paris en août 2003, le vainqueur de l'épreuve du lancer du poids (Andrey Mikhnevich) a réussi un jet à une distance D = 21,69 m.

*Pour simplifier les raisonnements, on ne travaillera que sur le centre d'inertie du boulet (nom courant donné au poids).*

*L'entraîneur de l'un de ses concurrents souhaite étudier ce lancer. Pour cela il dispose pour le centre d'inertie du boulet, en plus de la valeur 21,69m du record, de la vitesse initiale $v_0$ mesurée à l'aide d'un cinémomètre et de l'altitude h.*

<u>*Données:*</u> $v_0 = 13{,}7\ m.s^{-1}$
$h = 2{,}62\ m$

Un logiciel informatique lui permet de réaliser une simulation de ce lancer et de déterminer la valeur de l'angle du vecteur vitesse initiale avec l'horizontale soit $\alpha = 43°$.

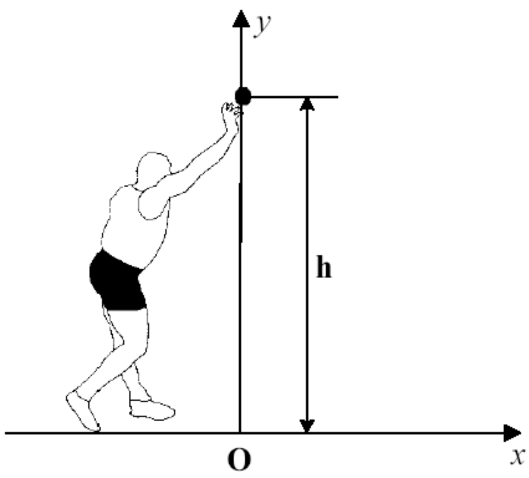
*Pour l'étude on définit le repère d'espace (O,x,y) représenté ci-contre:*

*- Oy est un axe vertical ascendant passant par le centre d'inertie du boulet à l'instant où il quitte la main du lanceur.*

*- Ox est un axe horizontal au niveau du sol, dirigé vers la droite et dans le plan vertical de la trajectoire.*

*L'entraîneur a étudié le mouvement du centre d'inertie du boulet et a obtenu 3 graphes:*

- *le graphe de la trajectoire y = f(x) du boulet en **ANNEXE**;*
- *les graphes de $v_x$ et de $v_y$ en fonction du temps (figures 1 et 2 données ci-dessous) où $v_x$ et $v_y$ sont les composantes (ou coordonnées) horizontales et verticale du vecteur vitesse.*




Pour chacun des graphes, les dates correspondant à deux points successifs sont séparées par le même intervalle de temps.

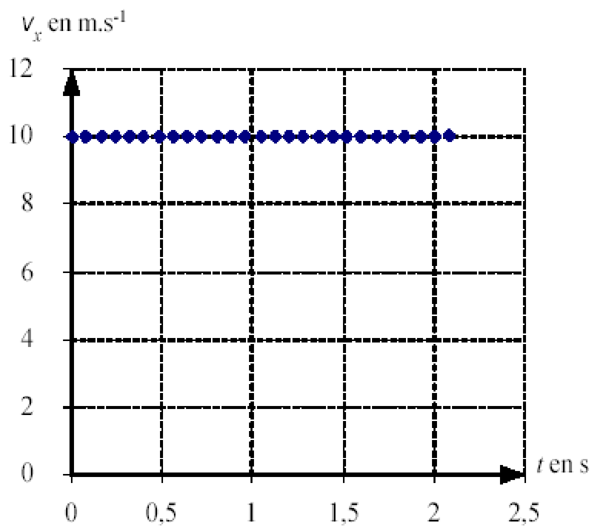



*Figure 1*

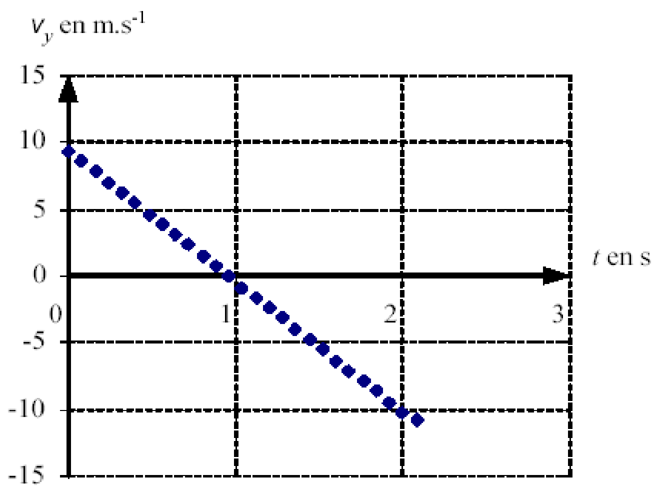



*Figure 2*

**1. Étude des résultats de la simulation.**

**1.1.** Étude de la projection horizontale du mouvement du centre d'inertie du boulet.

En utilisant la figure 1, déterminer:

**1.1.1.** La composante $v_{0x}$ du vecteur vitesse du centre d'inertie du boulet à l'instant de date $t = 0$ s.

**1.1.2.** La nature du mouvement de la projection du centre d'inertie sur l'axe Ox en justifiant la réponse.

**1.1.3.** La composante $v_{Sx}$ du vecteur vitesse du centre d'inertie lorsque le boulet est au sommet S de sa trajectoire.

**1.2.** Étude des conditions initiales du lancer.

**1.2.1.** En utilisant la figure 2, déterminer la composante $v_{0y}$ du vecteur vitesse à l'instant de date $t$= 0s.

**1.2.2.** À partir des résultats précédents, vérifier que la valeur de la vitesse instantanée et l'angle de tir sont compatibles avec les valeurs respectives $v_0 = 13,7 \text{ m.s}^{-1}$ et $\alpha = 43°$ données dans le texte.

**1.3.** Étude du vecteur vitesse du centre d'inertie du boulet.

**1.3.1.** Déterminer toutes les caractéristiques du vecteur vitesse du centre d'inertie du boulet au sommet de la trajectoire.

**1.3.2.** Sur le graphe $y = f(x)$ donné en **ANNEXE,**
tracer en cohérence avec les résultats des questions 1.1.1., 1.1.3., et 1.2.1. :
- le vecteur vitesse $\vec{v}_0$ du centre d'inertie du boulet à l'instant du lancer ;
- le vecteur vitesse $\vec{v}_S$ du centre d'inertie du boulet au sommet de la trajectoire.

**Aucune échelle n'est exigée.**

**2. Étude théorique du mouvement du centre d'inertie.**

*Le boulet est une sphère de volume V et de masse volumique $\mu = 7,10 \times 10^{3}$ kg.m$^{-3}$.*
*La masse volumique de l'air est $\mu' = 1,29$ kg.m$^{-3}$.*

**2.1.** Exprimer littéralement la valeur $P_A$ de la poussée d'Archimède exercée par l'air sur ce boulet ainsi que la valeur $P$ de son poids. Montrer que $P_A$ est négligeable devant $P$.

**2.2.** Par application de la 2$^{\text{ème}}$ loi de Newton (ou théorème du centre d'inertie), dans le référentiel terrestre supposé galiléen, déterminer le vecteur accélération du centre d'inertie du boulet lors du mouvement (on supposera que, compte tenu des faibles vitesses atteintes, les frottements dus à l'air au cours du jet sont négligeables).

**2.3.** Dans le repère d'espace défini en introduction, montrer que les équations horaires du mouvement s'expriment sous la forme:

$$x(t) = (v_0 . \cos\alpha) . t \qquad \text{et} \qquad y(t) = -\frac{1}{2} . g . t^2 + (v_0 . \sin\alpha) . t + h$$

où $v_0$ est la vitesse initiale du jet et $\alpha$ l'angle initial de tir (angle entre l'horizontale et le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$).

**2.4.** En déduire l'équation de la trajectoire du centre d'inertie.

**3. Comment améliorer la performance d'un lanceur ?**

L'entraîneur veut ensuite savoir sur quel(s) paramètre(s) il peut travailler pour améliorer la performance de l'athlète. Celui-ci est plus petit que le recordman du monde, sa taille est telle que l'altitude initiale de ses lancers n'est au maximum que de h' = 2,45 m.

*L'entraîneur décide donc d'étudier l'influence de la valeur $v_0$ de la vitesse initiale du lancer et de l'angle de tir $\alpha$.*

*Il réalise des séries de simulations rassemblées dans les réseaux de courbes correspondants aux figures 3 et 4.*

*Sur la figure 3, l'angle de tir est maintenu constant soit $\alpha = 41°$*
*Sur la figure 4, la vitesse est maintenue constante soit $v_0 = 13,8$ m.s$^{-1}$*

***Figure 3 ($\alpha$ = 41°)***

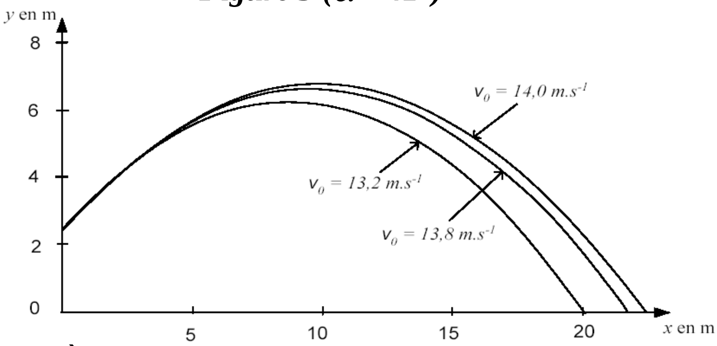
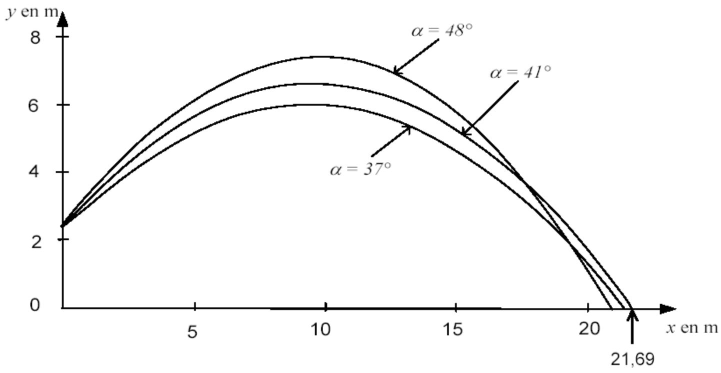



***Figure 4 ($v_0$ = 13,8 m.s$^{-1}$)***

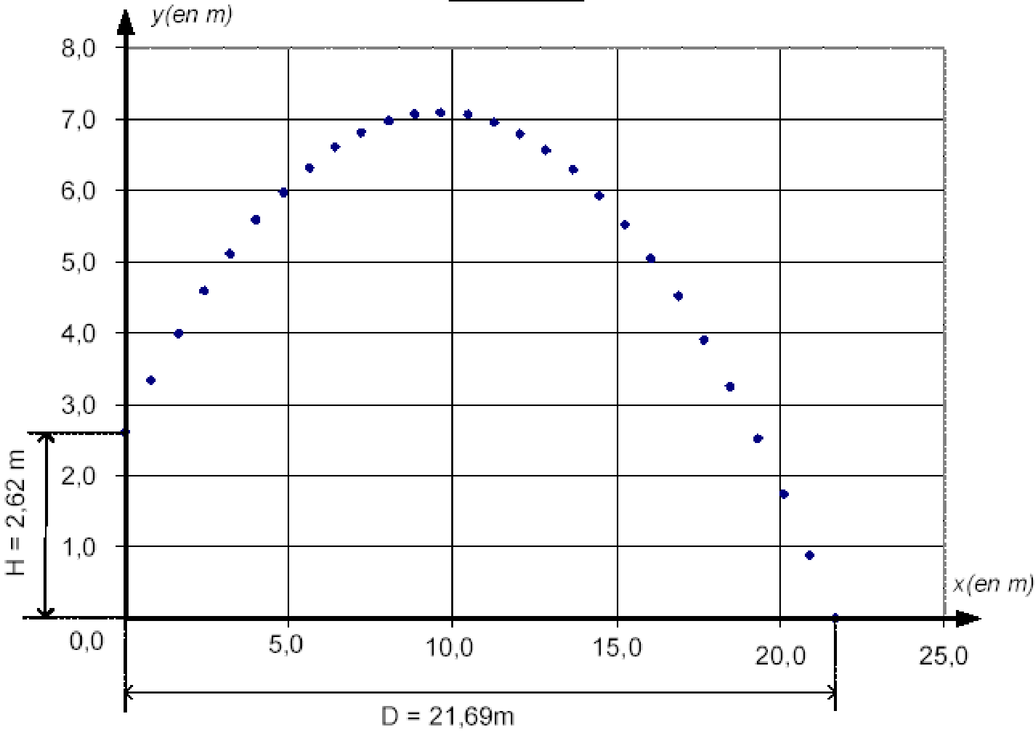



**3.1.** À partir des figures 3 et 4, entourer, dans le tableau de l'**ANNEXE**, la proposition correcte donnant l'évolution de la longueur du jet pour:

- l'angle $\alpha$ fixé ;
- la valeur $v_0$ fixée.

**3.2.** Confronter les figures 3 et 4 pour en déduire si, parmi les combinaisons proposées, il en existe une satisfaisante pour battre le record du monde. Justifier la réponse.

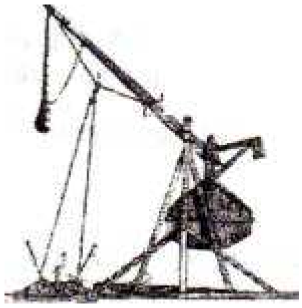
**<u>ANNEXE</u>**




| angle $\alpha$ fixé | | vitesse initiale $v_0$ fixée |
|---|---|---|
| Quand $v_0$ augmente, la distance horizontale *D* du jet:<br>- augmente<br>- diminue<br>- est la même<br>- augmente, passe par un maximum puis diminue<br>- diminue, passe par un minimum puis augmente | | Quand $\alpha$ augmente la distance horizontale *D* du jet:<br>- augmente<br>- diminue<br>- est la même<br>- augmente, passe par un maximum puis diminue<br>- diminue, passe par un minimum puis augmente |

# LE TREBUCHET.

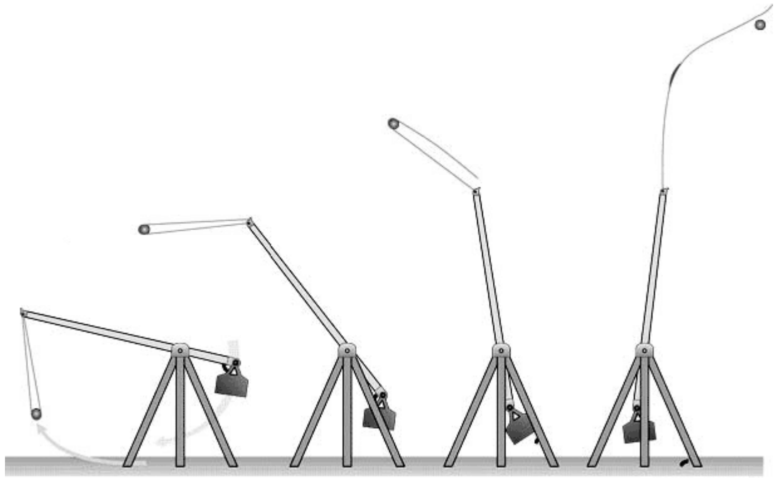
*Le trébuchet est une machine de guerre utilisée au Moyen Âge au cours des sièges de châteaux forts. Le projectile pouvait faire des brèches dans les murailles des châteaux forts situés à plus de 200 m du trébuchet. Son principe de fonctionnement est le suivant :*



*Un contrepoids relié à un levier est maintenu à une certaine hauteur par des cordages. Il est brusquement libéré. Au cours de sa chute, il agit sur un levier au bout duquel se trouve une poche en cuir dans laquelle est placé le projectile.*

*Lors de sa libération, le projectile de la poche se trouve à une hauteur H = 10 m et est projeté avec une vitesse $\vec{v}_0$ faisant un angle $\alpha$ avec l'horizontale (voir la **figure 1 de l'annexe).***

*Les mouvements du contrepoids et du projectile s'effectuent dans un champ de pesanteur uniforme.*



***Données :***

*Masse du projectile m = 130 kg.*
*Intensité du champ de pesanteur $g \approx 10\ m.s^{-2}$.*
*Hauteur du projectile au moment du lancer : H = 10 m.*
*Masse volumique de l'air $\rho_{air} = 1{,}3\ kg.m^{-3}$.*
*Volume du projectile V = 50 L*

**Étude du mouvement du projectile après libération**

Le *système étudié est le projectile. Les frottements de l'air sur le projectile seront négligés dans cette étude. Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est parallèle à l'axe Oz. La situation est représentée sur la **figure 1 de l'annexe à remettre avec la copie.***

1. Donner les caractéristiques (sens, direction et valeur) du poids $\vec{P}$ et de la poussée d'Archimède $\vec{P}_A$ qui s'exercent sur le projectile.
2. Est-il judicieux de négliger par la suite la poussée d'Archimède ?
3. En appliquant la 2nde loi de Newton dans le cadre de la chute libre, déterminer les coordonnées $a_x$ et $a_z$ du vecteur accélération du centre d'inertie du projectile dans le repère indiqué.
4. Donner l'expression des coordonnées du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$, notées $v_{0x}$ et $v_{0z}$, en fonction de $v_0$ et $\alpha$.
5. *On appelle composante horizontale de la vitesse la coordonnée $v_x(t)$ du vecteur $\vec{v}$ et composante verticale la coordonnée $v_z(t)$.*

   Déterminer l'expression des composantes horizontale et verticale $v_x(t)$ et $v_z(t)$ du vecteur vitesse $\vec{v}$ du système au cours de son mouvement.

**6.** En déduire la nature du mouvement du projectile en projection sur l'axe horizontal. Justifier.

**7.** Déterminer l'expression des équations horaires du mouvement du projectile : x(t) et z(t).

**8.** Montrer que l'équation de la trajectoire du projectile est la suivante : $z = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + x \tan\alpha + H$

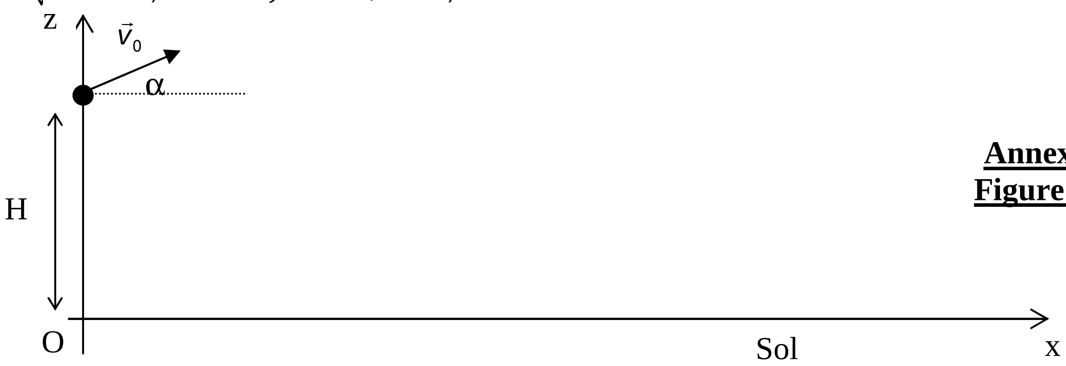
**9.** Quelle est la nature de la trajectoire du projectile ? Représenter qualitativement l'allure de la trajectoire sur la **figure 1 de l'annexe.**

**10.** En utilisant l'expression de l'équation de la trajectoire obtenue à la question **8.**, indiquer les paramètres de lancement qui jouent un rôle dans le mouvement du projectile.

**11.** Dans le cas où le projectile est lancé avec une vitesse initiale horizontale, montrer que l'abscisse de son point de chute est : $x = v_0 . \sqrt{\frac{2H}{g}}$

**12.** Avec quelle vitesse initiale $v_0$ horizontale, le projectile doit-il être lancé pour atteindre la base du mur du château situé à une distance $x$ = 100 m ?

**Aide au calcul:** $\sqrt{0.5} = 7,1 \times 10^{-1}$ **;** $\sqrt{2} = 1,41$.




**Annexe**
**Figure 1.**